## 培优课01 一元二次方程根的分布情况

### 审题指导

典例 若一元二次方程（审题①由一元二次方程的定义限定） 有两个不相等的实数根（审题②由根的情况联想到根的判别式）， 求实数的取值范围.

**解题观摩**

[解析]因为该方程是一元二次方程，所以，…………审题①

因为方程有两个不相等的实数根，，…………审题②

即，从而即 解得或.故实数的取值范围为,.

### 通性通法

一元二次方程根的分布情况多样，比较复杂，常结合二次函数的图象从判别式 、区间端点的函数值、对称轴三方面综合考虑.设一元二次方程的两个根分别对应二次函数的零点,，其分布情况如表所示：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 根的分布（，且,,为常数） | 图象 | 满足条件 |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
| 只有一根在之间 |  | 或或或 |

### 培优训练

#### 将两个不相等的实数根变为两个不相等的负根条件变式

1. 已知一元二次方程有两个不相等的负实数根，求实数的取值范围.

[解析]因为方程有两个不相等的负实数根，所以解得.故实数的取值范围为.

#### 将两个不相等的实数根变为一个根在区间（0，1）内，另一个根大于1条件变式

2. 已知一元二次方程有两个不相等的实数根，其中一个根在区间内，另一个根大于1，求实数的取值范围.

[解析]因为方程有两个不相等的实数根，所以，

令，由时其中一个根在内，另一个根大于1，结合二次函数图象，可得

或

解得.故实数的取值范围为,.

#### 将一元二次方程根的分布问题变为二次函数零点的分布问题条件变式

3. 已知函数有两个零点且零点均比大，求实数的取值范围.

[解析]由题意知

解得.故实数的取值范围为.